

引用格式: 何创新, 邓志文, 刘应征. 湍流数据同化技术及应用[J]. 航空学报, 2021, 42(4): 524704. HE C X, DENG Z W, LIU Y Z. Turbulent flow data assimilation and its applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(4): 524704(in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2020.24704

湍流数据同化技术及应用

综述

何创新^{1, 2}, 邓志文^{1, 2}, 刘应征^{1, 2, *}

1. 上海交通大学 机械与动力工程学院 动力机械与工程教育部重点实验室, 上海 200240
2. 上海交通大学 燃气轮机研究院, 上海 200240

摘要: 近年来数据同化(DA)被引入湍流动力学研究中,通过融合实验测量和数值计算,提高了实验测量的精度和广度,改善了数值模拟的预测性能。实验观测、预测模型和同化算法是数据同化的三要素,湍流研究中的实验观测包括热线风速仪、粒子图像测速法(PIV)、压力传感器等局部测量数据,预测模型主要指流动控制方程及湍流封闭方程,而同化算法包括贝叶斯推断、集合卡尔曼滤波(EnKF)、伴随等。稳态数据同化一般结合雷诺平均 Navier-Stokes(RANS)模型方程,从重新标定模型常数、修正涡黏模型方程形式误差、修正雷诺应力项等方面着手。非稳态的数据同化一般包括四维变分(4DVar)等时间连续的数据同化方式以及顺序数据同化。4DVar 通过时间正向和逆向积分迭代,存储量和计算量都非常大。顺序数据同化不需要时间逆向积分,可以在若干时刻对实验观测进行间断地植入,正向求解整个系统。另外,随着人工智能的飞速发展,湍流数据同化研究也向智能化迈进。对于纯数据驱动的湍流机器学习,其缺乏物理本质的约束,而基于物理信息的机器学习在物理本质上与数据同化是一致的。

关键词: 湍流; 数据同化; 实验测量; 数值计算; 机器学习

中图分类号: V211.71; V211.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2021)04-524704-18

湍流普遍存在于航空航天、能源动力和海洋工程等领域,通常伴随着传热、传质、振动、噪声等复杂的物理现象,因而相关研究对湍流流场的高精度实验测量与数值模拟提出了很高的要求。高频响的热线风速仪(Hot Wire anemometer, HW)、高空间分辨率的粒子图像测速技术(Particle Image Velocimetry, PIV)以及最新发展起来的层析 PIV 技术(Tomography Particle Image Velocimetry, Tomo-PIV)^[1-3]为湍流流场分别提供了一维、二维和三维的测量手段。高精度大涡模拟(Large-Eddy Simulation, LES)和分离涡模拟(Detached-Eddy Simulation, DES)^[4-6]方法为湍流多物理场的获取提供了全三维高时空分辨率的解决方案。然而,单纯实验测量和数值模拟仍

然无法满足日益深入的研究需求。实验测量方面:① 测量的空间维度有限,即使先进的三维 PIV 测量技术,其测量空间和流速范围也受到硬件多方面的制约;② 测量区域受到几何结构的遮挡与阻碍,复杂内流场及全场测量难以实现;③ 实验测量误差问题,尤其是近壁区的 PIV 测量误差很大;④ 多物理场同步测量难度大。数值模拟方面:① 高精度 LES 和 DES 模拟技术是建立在高分辨率网格的基础上,尤其对于含有边界层转捩的外流场模拟,计算量非常大;② 雷诺时均(Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS)方法基于半理论半经验的模型方程,对复杂流场模拟的准确度比较差;③ 数值计算需要给定准确的边界条件,而这在很多工程流场中难以确定。

收稿日期: 2020-09-02; 退修日期: 2020-10-08; 录用日期: 2020-10-21; 网络出版时间: 2021-04-25
网络出版地址: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20210410.html>
基金项目: 国家自然科学基金(12002208, 11725209)
* 通信作者: E-mail: yzliu@sju.edu.cn

数据同化(Data Assimilation, DA)^[7]是一种融合实验测量与模型预测的数学方法,最早在气象预报中得到发展与应用^[8],现阶段还被广泛应用于海洋、水文、地理等领域^[9-11]。数据同化通过引入观测站获取的实时测量数据作为约束,植入流动与热动力学方程中,从而预测未来时刻的天气状况。实验观测(Observation)、预测模型(Predictive model)和同化算法是数据同化的三要素。实验观测通过同化算法对预测模型进行修正,使之获得更准确的预测结果。近年来,国外研究学者也开始将数据同化技术应用到湍流动力学研究领域^[12-13]。数据同化方法可以很好地发挥实验测量与数值模拟的各自优势,在未来湍流研究中将具有很大的应用潜力。

在湍流数据同化研究中,实验观测可以是热线风速仪、PIV等常规测试方法获取的一维、二维乃至三维流场矢量分布,也可以是压力传感器、压敏漆(Pressure Sensitive Paint, PSP)等方法获取的壁面压力分布;预测模型一般包括 Navier-Stokes (N-S) 方程、连续性方程、湍流封闭方程等;同化算法种类则比较多,常用的算法包括四维变分(4DVar)^[14]、集合卡尔曼滤波(EnKF)^[15]、伴随(Adjoint formulation)^[16]等。从广义上讲,最近兴起的基于物理信息的机器学习(Physics informed machine learning)^[17]方法也可归纳到同化算法当中,而不同的是其对历史测量数据库的依赖:通过对大样本历史数据库的学习从而构建从实验观测到待测物理场的虚拟映射关系。从流场形式上来讲,数据同化可分为稳态数据同化和非稳态数据同化^[7]。顾名思义,稳态数据同化针对的流场一般为湍流雷诺时均场。非稳态数据同化与稳态相对,如 4DVar 方法。顺序数据同化作为非稳态数据同化的一种,是指在预测模型的时间正向积分中,不断引入动态观测数据对模型进行约束,从而修正模型的运行轨迹。动态数据的约束可以在每个时间步进行,也可以在模型运行过程中的若干时刻进行,而后者对于观测数据之间时刻的流场信息,依赖于模型本身的准确性以及前一观测时刻同化结果带来的时间相关性约束。在稳态数据同化中,预测模型一般包含 RANS 湍流模型方程^[18-19],通过数据同化算法对模型方程进行修正。而这种 RANS 模型修正方

法在顺序数据同化中效果不佳,因为湍流涡黏模型的修正不足以使流场得到快速响应,而一般在 N-S 方程中直接添加雷诺应力项以加快流场的改变。

鉴于数据同化的原理及优势,单纯的实验测量或数值模拟方法的缺陷有望得到弥补,从而发展实验测量与数值模拟的深度融合技术。本文结合国内外数据同化技术在湍流领域的研究成果,围绕其基本数学原理、实现方法、发展现状及应用进行综述。

1 湍流测量与数值模拟的挑战

湍流问题是困扰人类的世纪难题,其时间与空间上的多尺度特性决定了它与其他力学问题有着本质的区别。常规的湍流研究方法包含实验测量和数值模拟两大类,以获取流场速度矢量和其他衍生物理信息的时空分布为主要目标。

1.1 实验测量技术

湍流测量已由单点或者阵列式的传感器测量发展到了多维度的激光无侵入式测量技术。虽然高频响低噪声的点式测量技术在现阶段仍发挥着重要作用,但是高时空分辨率的多维和多场测量技术具有更重要的实际意义。PIV 技术通过在流场中播撒示踪粒子,使用相机捕捉激光平面上粒子位移图像从而计算得到高分辨率二维速度矢量分布,已经在众多的工程领域得到应用^[20-22],而后发展起来的二维三分量(2D3C)的 Stereo-PIV 和三维三分量(3D3C)的 Tomo-PIV 也越来越受到关注^[23-24]。然而,这些测量技术也面临着诸多挑战,包括测量误差的影响、测量范围的限制以及多场同步测量的困难。以 Tomo-PIV 为例,由于相机景深的限制,测量区域在深度方向上尺寸不能太大,而激光光强限制了其能够测量的最大流速,相机的数量限制也导致了三维重构中会产生很多幽灵粒子图像^[25],从而引起较大的测量误差。

流场中的标量(温度、浓度、压力等)分布也是湍流的重要特性,常用的测量手段有温敏漆(Temperature Sensitive Paint, TSP)^[26]、热敏液晶^[27]等壁面温度场测量,以及激光诱导荧光(Laser Induced Fluorescence, LIF)^[28]等流域中温度或浓度场测量。LIF 虽然能够实现三维标量测

量^[29],但同样受到硬件条件的限制。目前除了壁面的 PSP 测量技术^[30]之外,对于流域内部的高分辨率压力场还没有直接测量的方法,而是间接地通过 PIV 测得的流场和控制方程逆向求解^[31],受到 PIV 测量区域大小和误差的严重影响^[32]。在众多研究当中,同步获取全三维的多物理场分布是分析掺混、传热、振动、噪声及化学反应的重要前提,比如发动机燃烧室中燃料的掺混和燃烧,这对测量技术带来了重大挑战。目前的成熟方法能够做到二维两物理场的同步测量^[33-35],而对于三维或者更多物理场的同步测量还难以实现。

1.2 数值模拟技术

实验能够测量的湍流信息是有限的,而更全面的流场信息获取一般通过数值模拟的方式。由于湍流的多尺度特性,其数值模拟相对于其他物理过程的模拟难度更大。直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)必须解析所有的湍流尺度,而无法应用于工程计算,常用的数值模拟方式为雷诺时均模拟 RANS、大涡模拟 LES 和两者混合的分离涡模拟 DES。

RANS 计算量小而被广泛应用于工程计算,通过使用半理论半经验的封闭方程(RANS 湍流模型),模化所有湍流尺度,仅求解雷诺时均场,因此,模拟结果的正确性很大程度上取决于 RANS 模型的表现。RANS 模型的不确定度主要来自 4 个层面^[36]:① 雷诺时均过程中湍流信息的丢失,导致湍流对时均场的影响只能通过时均场的相关函数来表示;② 雷诺应力的模化形式,比如线性的 Boussinesq 涡黏假设将雷诺应力张量模化成涡黏标量场;③ RANS 模型方程的选取,也会对湍流模拟造成一系列适用性问题,不同的 RANS 模型最佳适应场合不一样,并且也无法准确复现复杂的湍流时均场;④ RANS 模型常数都是根据简单典型的流场进行标定的,无法满足普适性要求。因此,除了用于模型标定的湍流附面边界层等流动之外,RANS 方法对于复杂湍流场(甚至很多简单流场)的模拟,都会产生很大的偏差^[37]。

RANS 的误差来源于对全部湍流尺度的数学模化,而通过计算网格和 N-S 方程直接解析部分湍流尺度是提高数值模拟预测准确性的有效手段,因而发展了 LES 和 DES 方法。LES 直接解

析湍流中大尺度旋涡结构,而使用亚格子应力模型模化小尺度旋涡对大尺度结构的影响。在远壁区网格尺度满足 LES 要求^[38]的前提下,因为绝大部分湍动能已经通过解析方法直接求得,小尺度结构的影响并不是特别明显,因此流场分布对亚格子模型并不敏感。而近壁边界层中湍流尺度非常小,这就大大提高了 LES 对网格的要求。在边界层网格分辨率不够时,LES 结果会出现明显偏差,并影响远壁区的流场分布^[6]。针对此问题,混合 DES 方法应运而生^[5-6],通过使用 RANS 方法准确模化附面边界层流动,而使用 LES 解析分离和远壁区的大尺度湍流结构。尽管如此,DES 方法仍然存在以下问题而制约其工程应用,包括 RANS/LES 耦合位置产生灰色区域、耦合之后原来的 RANS 和 LES 模型性能都发生了很大的变化、RANS 往 LES 模式转换延迟、进口边界难以给定等问题,同时边界层转捩也是一个棘手的问题,通过补丁来修正模型方程,而不具备流场模拟的普适性^[39-41]。

1.3 前景与挑战

单纯的实验测量和数值模拟存在各自的问题与缺陷,这 2 种方法的融合技术备受关注。数据同化使用到的实验观测数据和数值预测模型多种多样,比如在三维流场测量中,通过质量守恒约束来修正速度场的散度^[42]也可以看成是数据同化的简单应用。而在工程应用领域,数据同化技术具有广阔的应用前景,同时也具有很多技术挑战。例如,通过二维 PIV 测量旋转机械若干截面上的局部流场分布而重建全三维流场和压力场,对其性能分析及优化设计具有非常重要的意义;通过快响应 PSP 测得飞行器壁面非稳态压力分布并融合数值模型,重构空间三维瞬态流场和压力场,从而获取声源信息分析远场噪声传播特性;在高超声速边界层模拟中,融合敏感位置壁面压力传感器数据和 DES 模型,使用观测数据驱动 RANS 与 LES 的动态耦合以及实时调整模型参数,显著提升 DES 模型对边界层转捩的预测精度等等。而针对不同的测量方法,使用怎样的算法来融合实验测量与数值模型使实测数据对数值模型产生最有效的控制与约束并降低计算量,以及如何考虑实测数据与数值模型各自的误差,则是数据同

化方法的主要挑战。

2 基于雷诺时均的湍流稳态数据同化

鉴于 RANS 方法的工程应用优势,针对 RANS 模型进行数据同化研究具有广阔的应用前景。结合 1.2 节陈述的 RANS 模型 4 个层面的不确定度,数据同化工作主要从以下几个方面展开。

2.1 模型常数修正

在 RANS 模型提出初期,一般通过几种典型的流场来标定模型中的常数,而对于复杂的流场,通过修正模型常数可以获得模型性能明显的提升。Li 等^[43]提出了一种数据驱动的 D-DARK (Data-Driven Adaptive RANS $k-\omega$) 方法来获取最优的模型常数。定义 RANS 模型的常数矩阵为 θ ,实验观测为 φ_o ,相对应的模型预测结果为 φ_p ,D-DARK 的目的为将以下目标函数最小化:

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^N [\varphi_p(\theta) - \varphi_o]^T W_i [\varphi_p(\theta) - \varphi_o] \quad (1)$$

式中: N 为数据点个数; W_i 为权函数矩阵。计算 J 对 θ 的导数 Γ 便可迭代求得最优系数矩阵。由于实际中无法获得 $\varphi_p(\theta)$ 函数的显示表达式,导数的获取通过单独扰动每个常数来获得。对每个模型常数相对于默认参数施加微小扰动 ϵ ,可得导数为

$$\Gamma(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{J(\theta_1 + \epsilon \theta_1) - J(\theta_1)}{\epsilon \theta_1} \\ \frac{J(\theta_2 + \epsilon \theta_2) - J(\theta_2)}{\epsilon \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{J(\theta_{l_\theta} + \epsilon \theta_{l_\theta}) - J(\theta_{l_\theta})}{\epsilon \theta_{l_\theta}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中: l_θ 为模型常数的个数。模型常数便可通过式(3)来更新:

$$\theta^{(n+1)} = \theta^{(n)} - \xi_n \Gamma(\theta) \quad (3)$$

其中: ξ_n 为自适应迭代步长。通过多次迭代,模型常数 θ 便可收敛到 $J(\theta)$ 的极小值点 θ^* 。值得注意的是,此方法并不能使 $J(\theta)$ 收敛到最小值,因此最终预测结果可能与观测值还存在较大偏差。

D-DARK 方法实现起来不太方便,而另一种常用的方法是基于贝叶斯推断(Bayesian inference)或集合卡尔曼滤波(Ensemble Karman Fil-

ter, EnKF) 的最优常数估计^[13,44-46]。事实上,EnKF 可认为是贝叶斯推断的一个特例,其基本的实现流程如图 1^[46]所示。首先对需要优化的常数围绕某参考值进行扰动并采样,再使用每组样本常数进行 RANS 计算获得预测空间的样本分布并与实验观测进行对比。EnKF 的目的就是确定预测数据与实验观测吻合时对应的模型常数。下面以 EnKF 为例介绍其数据同化原理。

在 EnKF 数据同化中,使用 x_f 表示模型预测的状态变量,可以理解为更新以后的流场信息; x_o 为初始状态变量,即初始流场信息; φ 为流场时间演化的非线性函数; v 为系统误差; w 为实验观测误差; y_{exp} 为实验观测; H 为状态变量空间向观测空间的映射函数。存在以下关系:

$$x_f = \varphi(x_o, v) \quad (4)$$

$$y_{exp} = Hx_f + w \quad (5)$$

EnKF 的算法流程分为预测、分析和确认 3 个步骤。确认步骤有时可以省略,但对于 N-S 方程这样的强非线性预测模型而言,一般建议保留。在预测步骤中,对扰动之后的所有样本常数有

$$x_f^i = \varphi(x_o^i, v^i) \quad (6)$$

$$\bar{x}_f = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} x_f^i \quad (7)$$

式中: i 为样本标号; N_i 为总的样本数目; \bar{x}_f 为样本平均。EnKF 最重要的步骤是计算获得卡尔曼增益 K ,这在下列分析步骤中实现。

$$P = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{i=1}^{N_i} (x_f^i - \bar{x}_f)(x_f^i - \bar{x}_f)^T \quad (8)$$

$$K = PH^T(HPH^T + R)^{-1} \quad (9)$$

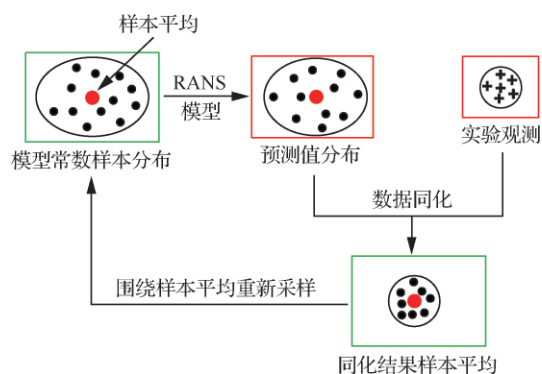


图 1 基于贝叶斯推断模型常数优化流程图^[46]

Fig. 1 Flow chart of model constant optimization based on Bayesian inference^[46]

$$\mathbf{x}_a^i = \mathbf{x}_i^i + \mathbf{K}(\mathbf{y}_{\text{exp}} + \mathbf{w}_i - \mathbf{H}\mathbf{x}_i^i) \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_a = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \mathbf{x}_a^i \quad (11)$$

式中： R_c 为扰动样本的协方差矩阵，其定义可见文献[47]； \mathbf{x}_a^i 为分析步骤之后的状态变量样本； \mathbf{H} 为状态空间向观测空间的映射矩阵。确认步骤与式(10)和式(11)类似，只是对卡尔曼增益增加了一个松弛因子 γ 以增强计算的稳定性，即

$$\mathbf{x}_{a,j+1}^i = \mathbf{x}_{a,j}^i + \gamma \mathbf{K}(\mathbf{y}_{\text{exp}} + \mathbf{w}_i - \mathbf{H}\mathbf{x}_{a,j}^i) \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_a = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} \mathbf{x}_a^i \quad (13)$$

其中： j 为确认步骤中的迭代次数。经过 EnKF 同化之后的模型常数样本会分布在一个非常窄的范围内，进行样本平均之后即可得到最优化的模型系数矩阵。

通过不同 RANS 模型和 EnKF 数据同化常数优化获得的圆管射流结果如图 2 和图 3 所示[47]。射流的雷诺数为 $Re = 6000$ ，PIV 实验在水槽中进行，入口条件为充分长的圆管流动。图 2 展示了通过不同的 RANS 模型得到的截然不同的射流时均场，图中 U 为射流时均流向速度， U_0 为喷口流速， D 为喷嘴直径， r/D 为径向位置。 $k-\omega$ 模型预测的射流时均场与 PIV 测量结果的偏差最明显，但是其他的 RANS 模型结果偏差也比较大。图 3 显示，通过 EnKF 数据同化之后，所有

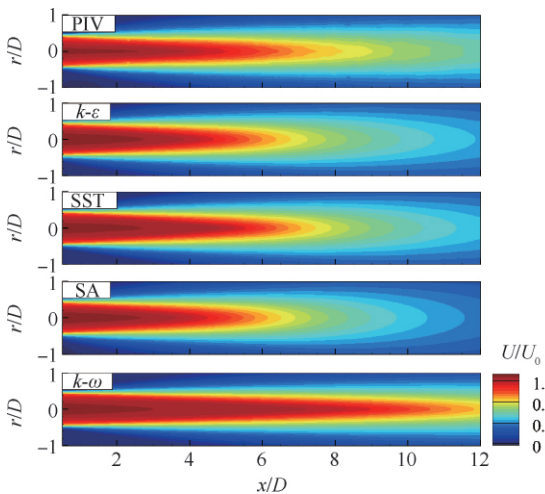


图 2 不同 RANS 模型预测的射流时均场与 PIV 测量结果的对比[47]

Fig. 2 Mean flows of circular jet predicted using different RANS models and comparison with PIV results [47]

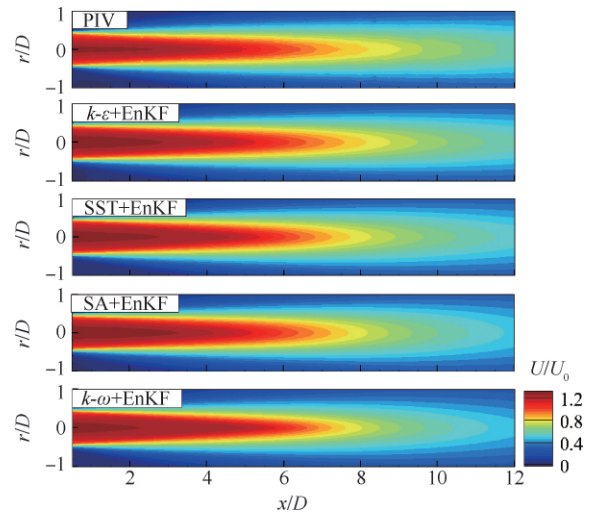


图 3 基于不同 RANS 模型的常数数据同化结果及与 PIV 结果的对比[47]

Fig. 3 Data assimilation results based on constant optimization of different RANS models and comparison with PIV results[47]

RANS 的预测结果均得到了很大的改善，尤其是 $k-\omega$ 模型。这说明，对于特定流场下标定的 RANS 模型常数，并不一定适用于非标定的流场情形，但是对于多种流场，可以通过重新标定模型系数来降低模型的不确定度。基于 EnKF 的数据同化方法提供了一种方便可行的常数标定方法，当然其他的一些方法[43, 48] 也能达到类似的目的。

2.2 模型形式误差修正

对于特定的 RANS 模型，其误差来源除了模型中的调节常数以外，另一个重要方面是模型固有的方程形式。对于湍动能 k 的计算，其确切的控制方程为

$$\frac{\partial k}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) k = -\nabla \mathbf{T}' + P - \epsilon \quad (14)$$

式中： \mathbf{U} 为速度矢量场； \mathbf{T}' 、 P 和 ϵ 分别为方程的传输项、生成项及耗散项，且 \mathbf{T}' 和 ϵ 均与湍流的脉动统计特性有关，使得方程无法封闭。在 $k-\epsilon$ 方程中，使用梯度-扩散假设来对 \mathbf{T}' 进行模化

$$\mathbf{T}' = -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla k \quad (15)$$

其中： ν_t 为湍流涡黏； σ_k 为需要标定的模型常数。而对 ϵ 模化的整个方程则被完全经验式地认为与

k 形式相似。这种模化的表达形式给 RANS 模型带来了很大的方程形式误差^[49]。在这方面工作中, Oliver 等^[50-51] 基于贝叶斯估计在 Boussinesq 涡黏假设中增加了一个修正项, 用来弥补 RANS 模型预测的误差, 但这一修正项的选取及对观测数据的依赖关系, 是该方法的关键。

另一种常用的方法是针对涡黏模型, 在湍流生成项中增加空间(用 x 表示空间位置)分布的修正系数 $\beta(x)$, 以修正模型的形式误差, 而最优的 $\beta(x)$ 分布可通过贝叶斯反演算法来获得^[52]。以 Spalart-Allmaras (SA) 模型^[53] 为例, 有

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \tilde{\nu} = \beta(x)P(\tilde{\nu}, \mathbf{U}) - D(\tilde{\nu}, \mathbf{U}) + T(\tilde{\nu}, \mathbf{U}) \quad (16)$$

式中: $\tilde{\nu}$ 为湍流变量; P 、 D 和 T 分别为湍流的生成项、耗散项及传输项, 具体的定义见文献^[52]。通过贝叶斯方法推导获得修正系数 $\beta(x)$ 与流场预测结果之间的因果关系, 从而通过统计方法获取最优的 $\beta(x)$ 空间分布。

对于最优修正系数 β 的获取, 更常用的一种方法是采用伴随方程的反演算法^[54]。定义目标函数

$$\mathcal{J} = \int_x [\varphi(\beta) - \varphi_{\text{Exp}}]^2 dx \quad (17)$$

式中: φ_{Exp} 为实验观测; $\varphi(\beta)$ 为对应的模型预测结果。数据同化的目标为最小化受制于控制方程的目标函数 \mathcal{J} , 通过采用离散伴随算法, 可得目标函数对 β 的全导数为

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\beta} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \beta} + \boldsymbol{\psi}^T \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \beta} \quad (18)$$

其中: \mathfrak{R} 为控制方程; $\boldsymbol{\psi}$ 为新引入的伴随变量, 通过式(19)确定:

$$\left[\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial \mathbf{U}} \right]^T \boldsymbol{\psi} = - \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \mathbf{U}} \right]^T \quad (19)$$

通过式(18)可计算得到全导数, 从而使用梯度下降法逐步逼近获得最优的 β 分布。Singh 等^[54] 使用此方法对光滑壁面流动分离做了数据同化研究, 选用壁面压力系数为实验观测进行数据同化, 在反演修正系数 β 之后, 结果相对于默认的 SA 模型有了非常明显的提升。值得注意的是, 此伴随方程完全通过离散的矩阵计算得到, 需要很大的计算量且不方便实现, 因而到目前为止, 这种方法仅在二维流场计算中得到了应用。

为解决离散伴随计算量大、实施困难等问题,

作者团队^[16] 提出了连续伴随数据同化 (ABDA) 模型。连续伴随方法早期被应用于拓扑优化研究, 相比离散伴随方法表现出更高的工程应用价值^[55]。为获取最优的修正系数 β 分布, 定义拉格朗日函数

$$\mathcal{L} = \mathcal{J} + \int_{\Omega} (\mathbf{V}, q, \tilde{\omega}) \mathfrak{R} d\Omega \quad (20)$$

式中: \mathbf{V} 、 q 和 $\tilde{\omega}$ 为对应于流场 U 、压力场 p 和湍流变量场 $\tilde{\nu}$ 的伴随变量; Ω 为三维流体域。最小化 \mathcal{L} 即表示求解在控制方程 \mathfrak{R} 约束下的极值问题。从而可构建主方程与伴随方程系统。这可以在求得 \mathcal{L} 的变分后使用梯度下降法来确定最优 β 分布。分别对每个变量变分得

$$\delta \mathcal{L} = \delta_{\beta} \mathcal{L} + \delta_U \mathcal{L} + \delta_p \mathcal{L} + \delta_{\tilde{\nu}} \mathcal{L} \quad (21)$$

选择合适的伴随变量, 使得式(21)的后 3 项为 0, 即

$$\delta_U \mathcal{L} + \delta_p \mathcal{L} + \delta_{\tilde{\nu}} \mathcal{L} = 0 \quad (22)$$

可求得伴随方程组为

$$V_j \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - U_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} - \frac{\tilde{\nu}}{\xi_1} \cdot \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathcal{J}_{\Omega}}{\partial U} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial V_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \mathcal{J}_{\Omega}}{\partial p} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & -U_j \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\tilde{\nu}}{\sigma_{\nu t}} + \frac{\nu}{\sigma_{\nu t}} \right) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j} \right] + \\ & \frac{1 + 2 C_{b2}}{\sigma_{\nu t}} \cdot \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j} + \\ & \left(2 \frac{C_{b2}}{\sigma_{\nu t}} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\nu}}{\partial x_j^2} - \beta C_{b1} \tilde{S} + 2 C_{w1} f_w \frac{\tilde{\nu}}{d_w^2} \right) \tilde{\omega} + \\ & \xi_1 f_{\nu 1} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \xi_1 \frac{\partial \mathcal{J}_{\Omega}}{\partial \tilde{\nu}} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

对应的变量含义及边界条件见文献^[16]。ABDA 模型建立了方程驱动连续伴随系统, 联立主方程组(N-S 方程、连续性方程和 SA 模型方程)和伴随方程组(式(23)~式(25))迭代求解即可获得最优 β 分布。相对于离散伴随方法, 连续伴随方法避免了大型矩阵计算, 更能适用于复杂三维流场的数据同化, 如图 4 和图 5 所示的三维方柱分离与再附流动^[16], 其中使用了热线测得的若干位置流向速度 U_{exp} 为观测量, 图中 U_0 为来流速度。

2.3 雷诺应力项修正

上述的模型修正方法均建立在 Boussinesq

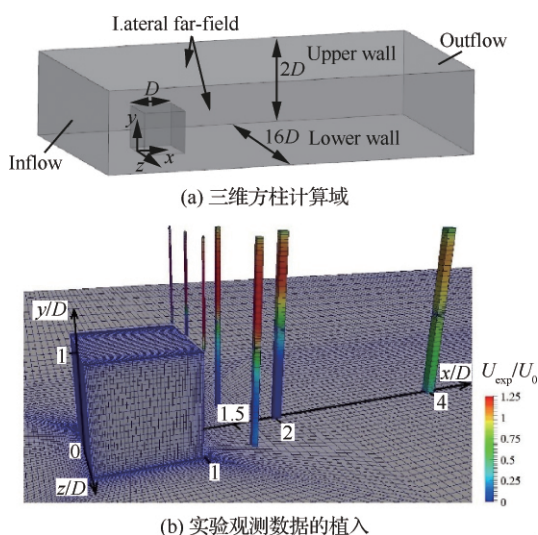


图4 三维方柱计算域和实验观测数据的植入^[16]

Fig. 4 Computational domain of 3D cube flow and implantation of experimental data^[16]

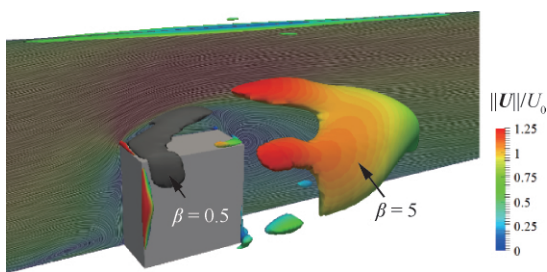


图5 三维方柱流动反演得到的流场和 β 分布^[16]

Fig. 5 Inversed flow and β distribution of 3D cube using data assimilation^[16]

涡黏假设的框架之内, 尽管使用空间分布的 β 修正系数可以显著减小模型方程的形式误差, 而其适用性仍受到标量涡黏 ν_t 的制约。为解决此问题, 需抛开涡黏假设, 发展对雷诺应力项修正的数据同化方法。Foures^[56] 和 Symon^[57-58] 等使用连续伴随直接对雷诺应力项 F 进行同化,

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 (\mathbf{U}) + \mathbf{F} \quad (26)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (27)$$

式中: p 为压力; Re 为雷诺数; $\mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{R}$ 为雷诺应力项, \mathbf{R} 为雷诺应力张量。此方法理论上可以完全反演任何流场。

对雷诺应力的数据同化方法虽然可以不受涡黏假设的约束而获得非常好的结果, 但是最明显的缺点是计算不稳定, 以致对高雷诺数的流场同

化几乎无法实现。作者团队对此方法进行了改进, 提出了基于各项异性的湍流数据同化方法。

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \nu_{\text{eff}} \nabla^2 (\mathbf{U}) + \mathbf{F} \quad (28)$$

式中: ν_{eff} 为流体分子黏度 ν 与湍流涡黏中各项同性部分 ν_{t0} 之和; 与式(26)不同的是, 这里 \mathbf{F} 仅表示各向异性涡黏部分 ν_{ta} 的贡献:

$$\mathbf{F} = \nu_{ta} * \nabla^2 (\mathbf{U}) \quad (29)$$

其中: “*” 为向量对应元素相乘符号。 \mathbf{F} 通过使用连续伴随方程进行同化, 而 ν_{eff} 则直接通过常规的 RANS 涡黏模型进行模化。 \mathbf{F} 的分布会根据 RANS 模型的选取而有所变化, 但是对于任何流场, 均能同化获得最优 \mathbf{F} 分布来复现真实湍流中雷诺应力的贡献, 即

$$\nabla \cdot \mathbf{R} = \nu_{t0} \nabla^2 (\mathbf{U}) + \mathbf{F} \quad (30)$$

此方法相对于式(26)最明显的优势为, 在稍微增加常规 RANS 方程计算量的前提下, 利用各向同性涡黏明显提高了计算收敛的稳定性, 而方法的适用性与式(26)一致。

图6所示为圆管射流(同图2和图3所示流场)的数据同化结果, 这里使用经过 PIV 数据验证之后的 LES 结果作为实验观测, 观测区域为 $r < 1.5D$ 和 $0.2D < x < 20D$ 的范围, 图中 R_x 为 $\nabla \cdot \mathbf{R}$ 的流向分量, 使用喷嘴直径 D 和该流向位置射流中心线上的流向速度 U_c 进行无量纲化。数据同化采用式(28)所示方案, 使用 SA 模型来模化涡黏的各项异性部分(表示为 DA-SA)。图6(a)对 LES

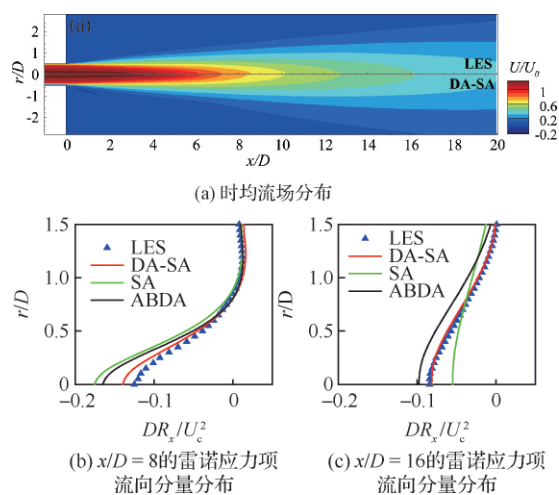


图6 圆管的各向异性数据同化结果

Fig. 6 Results of anisotropic data assimilation of a circular jet

与 DA-SA 时均流场进行对比,其速度等值线几乎重叠。而如图 6(b)~图 6(c)所示,该数据同化方案中,雷诺应力项的还原非常准确,这相比于常规的 SA 模拟和各项同性 ABDA 模型(式(23)~式(25))有非常明显的改善。值得注意的是,式(16)所示模型方程形式的修正方案虽然能够显著提升流场的还原准确度,但是并不是建立在雷诺应力项的准确还原之上,因此即使流场有显著改善,但是雷诺应力项可能与真实值(LES)间的偏差依然很大。

3 湍流的非稳态数据同化

3.1 4DVar 变分数据同化

4DVar 是一种基于伴随的非稳态数据同化方法,它的目的是根据一套初始状态值和实验观测来改善模型的预测轨迹,并通过当前和过去的观测数据准确预测未来状态。其基本的方程为^[59]

$$\frac{\partial \mathbf{X}_t(x)}{\partial t} + M(\mathbf{X}_t(x)) = \mathbf{q}_t \quad (31)$$

$$\mathbf{X}_0(x) = \mathbf{X}_0^b(x) + \boldsymbol{\eta} \quad (32)$$

$$\mathbf{Y}_t = H(\mathbf{X}_t(x)) + \boldsymbol{\epsilon}_t \quad (33)$$

式中: $\mathbf{X}_t(x)$ 为系统的非稳态状态参数,通过式(31)积分得到; $\mathbf{X}_0^b(x)$ 为系统的初始状态观测,与真实初始状态参数 $\mathbf{X}_0(x)$ 之间存在一个背景误差 $\boldsymbol{\eta}$; \mathbf{Y}_t 为系数的实验观测,存在测量误差 $\boldsymbol{\epsilon}_t$; M 和 H 为传递函数。数据同化通过实时优化模型不确定度 \mathbf{q}_t 和初始误差 $\boldsymbol{\eta}$ 来驱动模型方程的运行轨迹。对于湍流的数据同化,模型方程 M 为流动控制方程组,系统的目标函数定义为

$$J(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{q}_t) = J_0 + J_t \quad (34)$$

$$J_0 = (\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_0^b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_0^b) \quad (35)$$

$$J_t = \int_{t_0}^{t_f} (H(\mathbf{X}_t) - \mathbf{Y}_t)^T \mathbf{R}_t^{-1} (H(\mathbf{X}_t) - \mathbf{Y}_t) \quad (36)$$

其中: \mathbf{B} 为背景误差协方差矩阵; \mathbf{R}_t 为观测误差协方差矩阵。最小化目标函数 $J(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{q}_t)$ 通过伴随系统计算 J 沿 $\delta \mathbf{n} = (\delta \mathbf{q}_t, \delta \boldsymbol{\eta})$ 方向的导数来实现,而最小化的评估区间为 $[t_0, t_f]$ 时间段。对控制方程进行时间积分并引入伴随变量 λ_t :

$$\int_{t_0}^{t_f} \left\langle \frac{\partial d\mathbf{X}_t}{\partial t}, \lambda_t \right\rangle dt + \int_{t_0}^{t_f} \langle \partial_x M d\mathbf{X}_t, \lambda_t \rangle dt =$$

$$\int_{t_0}^{t_f} \langle \delta \mathbf{q}_t, \lambda_t \rangle dt \quad (37)$$

其中: $\partial_x M$ 为对应于非线性算子 M 的切线线性算子,引入伴随算子 $(\partial_x M)^*$ 和 $(\partial_x H)^*$ 满足:

$$\langle (\partial_x H(\mathbf{X})) \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \langle \mathbf{f}, (\partial_x H(\mathbf{X}))^* \mathbf{g} \rangle \quad (38)$$

$$\langle (\partial_x M(\mathbf{X})) \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \langle \mathbf{f}, (\partial_x M(\mathbf{X}))^* \mathbf{g} \rangle \quad (39)$$

并对式(37)进行部分积分可得

$$- \int_{t_0}^{t_f} \left\langle - \frac{\partial \lambda_t}{\partial t} + (\partial_x M)^* \lambda_t, d\mathbf{X}_t \right\rangle dt = \langle \lambda_{t_f}, d\mathbf{X}_{t_f} \rangle - \langle \lambda_{t_0}, d\mathbf{X}_{t_0} \rangle + \int_{t_0}^{t_f} \langle \delta \mathbf{q}_t, \lambda_t \rangle dt \quad (40)$$

由于伴随变量满足

$$- \frac{\partial \lambda_t}{\partial t} + (\partial_x M)^* \lambda_t = (\partial_x H)^* \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{Y} - H(\mathbf{X}_t)) \quad (41)$$

$$\lambda_{t_f} = 0 \quad (42)$$

将伴随方程式(41)代入式(40)并使用 $d\mathbf{X}_{t_0} = \delta \boldsymbol{\eta}$ 及 $d\mathbf{X}_t = (\partial \mathbf{X}_t / \partial \mathbf{n}) \delta \mathbf{n}$ 可得目标函数的导数为

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\eta}} = -\lambda_{t_0} + \mathbf{B}^{-1} (\delta \mathbf{X}_0^b - \delta \mathbf{X}_0) \quad (43)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{X}_t}{\partial t} + M(\mathbf{X}_t) \right) - \lambda_t \quad (44)$$

式中: \mathbf{Q} 为预测模型误差的协方差矩阵,一般认为误差为中心高斯随机分布。

通过式(43)~式(44)求得的目标函数导数可以迭代确定最优的 $\boldsymbol{\eta}$ 和 \mathbf{q}_t 分布。具体的求解可采用差分-离散或者离散-差分的方法。前者为连续伴随方法,需要推导完整的伴随方程组和边界条件,而且使用到一些假设条件;而后者避免了方程的推导,直接通过数据驱动来进行系统求解,精度更高,但是如前所述,其计算量更大。由于伴随变量的 λ_t 的初始值未知,而只知道其终值 $\lambda_{t_f} = 0$,这就意味着求解式(40)所示的伴随方程需要进行时间逆向积分,而对于主控制方程式(31)进行时间正向积分。由此,求解整个方程系统需要保存所有计算时间步下的结果以完成正向和逆向时间积分,并以此为一个迭代步数,整个系统经过若干个迭代步直至方程组完全收敛。4DVar 变分同化是使用最广泛的数据同化方法之一,国内在数值天气预报、地理、核电等领域都有广泛的研究及应用^[60-63],但尚未涉及到湍流流场的深入研究,国外近几年开始了对湍流流场的 4DVar 数据同化研究^[64-67]。Mons 等^[64] 对非稳态来流情况下

圆柱绕流进行了 4DVar 同化,取圆柱壁面的压力系数为实验观测,使用 4DVar 数据同化获取最优的初始场及非稳态入流条件参数。结果显示,经过同化之后的流场和压力分布准确反映了周期性非稳态来流的影响。

3.2 顺序数据同化

4DVar 数据同化实现了在整个时间段内的参数最优化分布,而最大的问题是需要进行时间正向和逆向积分,需事先获取整个时间段内的观测数据及保存每时间步的计算结果,存储量大且计算复杂。顺序数据同化(Sequential DA)实现了时间上的正向顺序推进,使用实时动态数据修正模型预测轨迹,其计算过程与常规的数值模拟类似,计算量相对 4DVar 显著降低。图 7 所示为顺序数据同化的原理示意图,通过在整个时间段内的正向和逆向积分迭代,4DVar 数据同化获得了连续的时间序列并逼近观测数据。为降低计算量和存储量,顺序数据同化通过时间正向积分,同样使同化结果逼近实验观测,但是在有观测数据约束的时刻,通过对模型预测轨迹进行修正,使得结果出现不连续现象。这种不连续现象随着观测数据时间间隔的减小而减弱,当观测时间间隔等于计算时间步长时,同化结果理论上与 4DVar 一致。

Meldi 和 Poux^[68] 使用卡尔曼滤波构建了顺序数据同化方法,其在计算流体力学底层 PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) 算法中,将半离散形式的动量方程作为预测模型。

$$a_P u_P = - \sum_N a_N u_N + \Phi_0(u_0) - \nabla p = \Phi(u) - \nabla p \quad (45)$$

式中: a 为系数; u 为速度;下标 P 表示所求的网格节点;下标 N 表示相邻的网格点;下标 0 表示上一时间步下的已知量; Φ_0 为与 u_0 相关的非线性函数。因为 N-S 方程的强烈非线性特性,

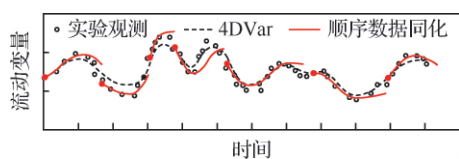


图 7 顺序数据同化原理图

Fig. 7 Schematic diagram of sequential data assimilation

式(45)的误差与时间步长 ∇t^2 成正比,这是此数据同化的关注点。式(10)所示的卡尔曼滤波方案,在存在实验观测数据时,对模型预测结果进行修正,有

$$\hat{u} = u + K(z - Hu) = \frac{\Phi(u)}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P} \quad (46)$$

其中: \hat{u} 为修正后的速度场; z 为实验观测变量。在根据泊松方程修正压力分布后,再一次使用式(45)对速度场进行速度修正。在实验观测不存在的时刻,则直接进行常规的 PISO 计算。

此方法的关键在于卡尔曼增益 K 的确定,如式(9)所示, K 与实验测量误差、模型预测误差的协方差矩阵直接相关,这些协方差矩阵一般可以通过解析或者统计的方法来确定。统计的方法需要计算大量样本^[69-70],这给顺序数据同化方法带来了很大的困难,而解析的方法需要计算预测模型误差传递特性,这对于 N-S 方程来说难以实现。

上述方法基于强烈假设来构建卡尔曼降阶模型,从而确定卡尔曼增益,其适用性和同化的准确性还有待提升。作者团队^[32]基于 4DVar 方法进行改进,提出了基于连续伴随的顺序数据同化方法,避免了时间正向和逆向积分,较 4DVar 方法节省约 90% 的存储量。其基本原理与式(28)类似,在 N-S 方程中加入同化控制变量 F

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla)U = - \nabla p + \nu \nabla^2(U) + F \quad (47)$$

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (48)$$

式中:流体黏度 ν 也可以用等效黏度 ν_{eff} 替代,从而引入亚格子尺度湍流模型。湍流涡黏可以使用 LES 或 DES 模型来获得。此问题的拉格朗日函数为

$$\mathcal{L} = \mathcal{J} + \int_{t_0}^T \int_{\Omega} (V, q, \tilde{\omega}) \mathfrak{R} \, d\Omega dt \quad (49)$$

其中:与 4DVar 相同, $[t_0, T]$ 为数据同化的时间窗口; \mathfrak{R} 为控制方程式(47)和式(48); \mathcal{J} 为在时间窗口 $[t_0, T]$ 中评估的目标函数,即

$$\mathcal{J} = \int_{t_0}^T \int_{\Omega} M \left\| \frac{U - U_{Exp}}{U_{\infty}} \right\|^2 \, d\Omega dt \quad (50)$$

其中: U_{Exp} 为速度的实验结果; U_{∞} 为来流速度; M 指定了实验观测数据存在的区域。通过对 \mathcal{L} 的变分并将 \mathcal{L} 对流场状态参数的变分置 0 (参考式(21)和式(22))可得伴随方程组

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla q + 2\mathbf{M} \frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_{Exp}}{U_\infty^2} = \mathbf{0} \quad (51)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (52)$$

$$\mathbf{V}(T) = \mathbf{0} \quad (53)$$

其中： ρ 为流体密度。

连续伴随方法通过推导确切的偏微分方程组及边界条件(见参考文献[32])降低了数据计算量。为了避免时间的逆向积分,将时间窗口缩短为一个计算时间步长,即 $[t_0, t_1]$,并使用欧拉格式对式(51)中的时间偏导进行差分,从而得到

$$\frac{\mathbf{V}}{\Delta t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{U} - (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla q + 2\mathbf{M} \frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_{Exp}}{U_\infty^2} = \mathbf{0} \quad (54)$$

式中： Δt 为计算时间步长。变换之后的伴随方程式(54)消除了时间非稳态项,避免了时间逆向积分,在存在观测数据的时刻,可随主控制方程组同步求解,从而实现流场的顺序数据同化,其计算流程如图8[32]所示。图9[32]展示了射流流场的数据同化结果,观测区域选为 $0.2 < x/D < 12$ 区间的整个射流区域,以LES模拟结果作为实验观测。数据同化中使用的入流条件为RANS模拟获得的稳态时均场,可以看到,虽然入流不含湍流成分,但是经过数据同化后,射流流场能够获得与LES结果吻合的湍流结构。而在实验观测含有

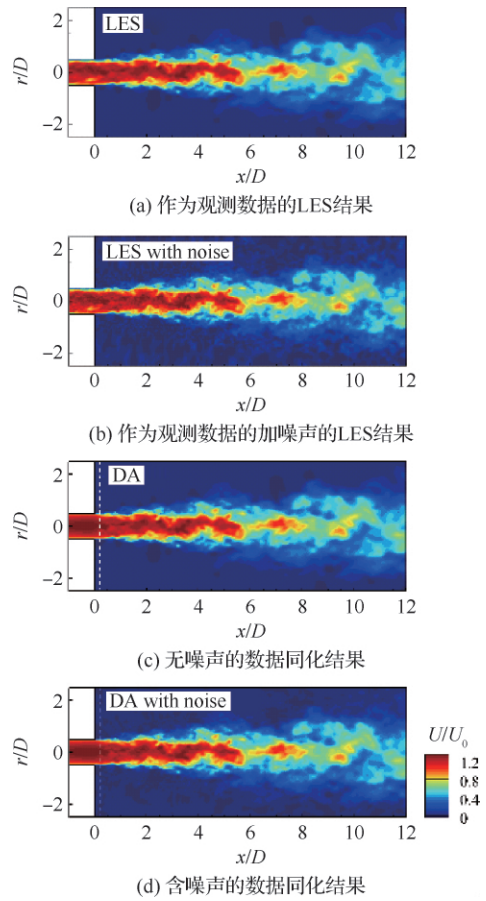


图9 射流流场的伴随顺序数据同化[32]

Fig. 9 Adjoint-based sequential DA of jet flow[32]

大量噪声的情况下,数据同化在还原湍流流场的同时,显著地提高了流场的信噪比。

3.3 基于物理信息的机器学习

机器学习方法在湍流研究中快速发展,推动了湍流的预测往人工智能领域迈进。数据驱动的机器学习模型直接通过流场数据本身进行学习训练,可以很好地构建相关物理量之间的映射关系,得到了广泛的研究与应用。此类模型算法在湍流特征提取[71-72],流场预测与重构[73-76],边界层分类[77],湍流模型优化[78],流场的模态识别[79]与时空分辨率增强[80-82]等诸多领域取得了很好的应用效果。但此类模型本身缺乏相应物理方程的约束,模型内部的权重与偏置系数的获取需要进行大量的数据训练拟合,同时模型的泛化能力有待提升。

近年来,基于物理信息的机器学习模型备受

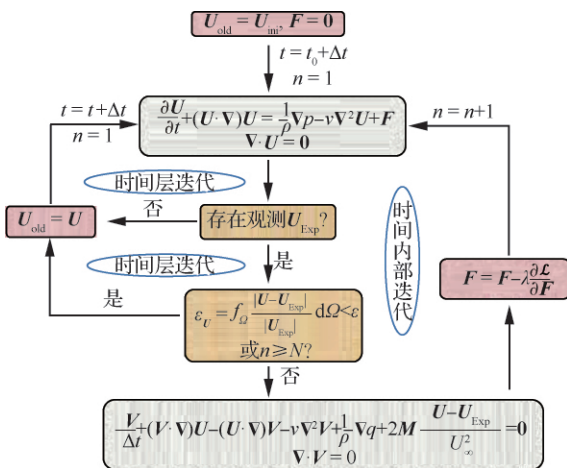


图8 连续伴随顺序数据同化计算迭代流程[32]

Fig. 8 Iteration procedure of adjoint-based sequential DA[32]

研究学者关注。Raissi 等^[83-84]提出基于物理信息的机器学习模型率先将传统的 N-S 方程与人工神经网络相结合并应用于涡激振动的圆柱绕流中,成功地从流场的某单一物理量信息(如速度场或浓度场)中提取出与之对应的其他物理量信息(如压力场)。其设计的基本网络结构如图 10^[84]所示,其中,左边灰色区域部分为传统的全连接神经网络,网络输入为流场的时间与空间信息,输出为相对应的物理量信息,如速度 (u, v) , 压力 p 和圆柱振动位移 η 。白色圆圈代表偏微分算子,用于求解计算相应物理量的时间与空间偏微分。右边区域为 N-S 方程的物理损失项约束,用于约束模型训练,使得模型预测结果满足物理方程的规律。

图 10 神经网络中的 u, v, p, η 这些物理量信息可以通过求解损失函数 J_{loss} (式(55))的极小值获得。其中 J_{loss} 的前 2 项分别为实测的流场和圆柱位移与模型预测的流场和圆柱位移的误差, J_{loss} 的最后一项为物理误差损失;当 e_1, e_2, e_3 的值在模型训练中逼近于 0 时,则意味着相关物理量 u, v, p, η 满足了特定物理方程的约束。

$$J_{\text{loss}} = \sum_{n=1}^N (|u(t^n, x^n, y^n) - u^n|^2 + |v(t^n, x^n, y^n) - v^n|^2) + \sum_{n=1}^N |\eta(t^n) - \eta^n|^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^N (|e_i(t^n, x^n, y^n)|^2) \quad (55)$$

现阶段,基于物理信息的机器学习方法还多局限于层流的预测,但是其基本的数学原理和约束方程同样适用于湍流问题。从基本数学思维上讲,基于物理信息的机器学习方法同样是为了最小化目标函数,且图 10 中物理约束方程与连续伴随方程(式(49))中的控制方程 \mathfrak{R} 具有异曲同工之处。随着技术的发展,基于物理信息的机器学习方法也将在湍流问题预测和重构中发挥重要作用。

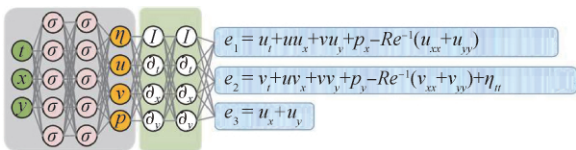


图 10 N-S 方程驱动神经网络模型^[84]

Fig. 10 N-S equation informed neural networks^[84]

4 湍流数据同化的应用

4.1 物理约束的辅助测量

数据同化技术作为一种实验测量与数值模拟的耦合方法,在湍流研究领域发挥着越来越重要的作用。数据同化的主要应用之一可以概括为基于物理约束的辅助测量。在控制方程的物理约束下,数据同化辅助完成实验测量,获得更全面的流场数据。通过 PIV 数据来同化获得全场的流场信息是比较常见的应用,比如 Dovetta 等^[85]通过部分区域 PIV 测量的时均流场获取翼型周围全场的流场分布,其还通过变分数据同化方法并以 PIV 为观测,获取了管内的全场流动信息,并进一步准确计算了剪切应力分布^[86]。作者团队^[87]展示了数据同化能够修正 PIV 测量的误差,获得更加准确的近壁方柱绕流全局流动分布。如图 11^[87](图中 d 为方柱截面的尺寸)所示,由于分辨率的原因,方柱下方的近壁射流区域无法被 PIV 准确测得,因而产生了很大的测量误差,而这被数据同化准确地还原了。除此以外,数值同化也可以用来预测流场中无法测量的衍生物理信息,比如温度场、浓度场、压力场等。

基于 PIV 流场测量的压力场计算是数据同化的重要应用^[32, 66]。常规的方法是通过 N-S 方程求得压力梯度之后,再对压力梯度积分求得压力分布^[31],但一方面要求获得三维的流场,另一方面受 PIV 测量误差影响,压力重构精度并不高。图 12^[32]为射流的压力场重构,以 LES 模拟的三维湍流流场为实验观测,数据同化获得的流场在图 9 中给出,可以看到非稳态压力场也

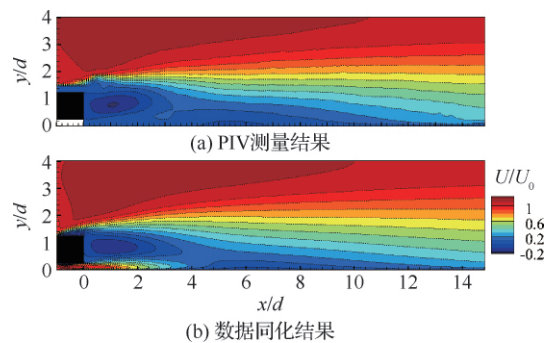


图 11 近壁方柱流场的 PIV 测量和数据同化^[87]

Fig. 11 PIV measurement and data assimilation of flow over wall-proximity rib^[87]

被准确还原。而常规的压力梯度积分重构并没有得到比较好的结果,原因是在积分中容易导致误差积累,即使此案例中使用到的观测为 LES 纯净流场,图 12(c)显示数值误差的积累也是一个非常严重的问题。

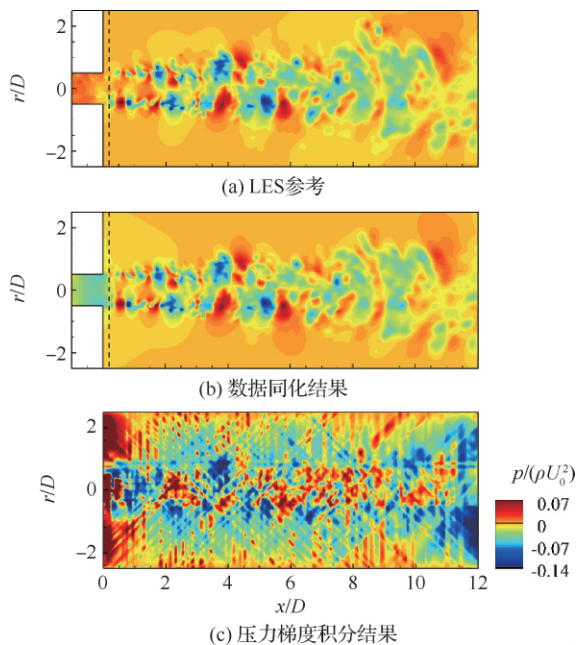


图 12 基于流场的射流压力场计算^[32]
Fig. 12 Pressure determination of a jet from flow field^[32]

鉴于梯度积分法中需要对流场求时间导数,这就需要先获得时间解析的非稳态流场。而当流场的采样频率较低时,计算得到的压力脉动通常会偏大^[88]。在数据同化中,不需要每一时间步都进行流场观测数据的植入,这就使得实验测量中流场的采样时间间隔可以 100 倍(甚至更高)于求解时间导数所需要的流场采样间隔。最近,作者团队^[89]结合线性随机估计(Linear Stochastic Estimation, LSE),实现了从 1 Hz 的 PIV 测量数据同化获取 1 kHz 的非稳态压力分布。其首先使用 1 Hz 的 PIV 测量和 1 kHz 的动态压力传感器同步测量,获得了粗糙的 1 kHz 流场数据,再通过数据同化进行误差过滤,准确重构了 1 kHz 的流场和非稳态压力场。

4.2 数据驱动数值模拟

常规的数值模拟结果与实验结果一般存在比

较大的误差,结合数据同化技术,使用少量实验结果作为观测,可以有效提高模型预测的准确性。Meldi 和 Poux^[68]在平板分离再附流场模拟中,使用基于卡尔曼滤波的数据同化方法在平板上方截面积植入若干时刻的观测数据。图 13^[68](图中 H_p 为平板高度)中由于观测数据非常有限,数值模拟提升的幅度不大,这可以增加观测数据植入的时间频率来进一步改善模型预测。作者团队^[16]提出的 ABDA 模型根据热线测得的若干位置速度分布降低湍流模型的不确定度。Singh 等^[54]使用类似的方法,通过数据同化反演获得翼型不同工况下的模型修正系数之后,结合机器学习预测任意翼型工况下的修正系数分布,从而建立了离线的数据驱动数值模拟方法(如图 14^[54]所示,图中 C 为翼型弦长)。

使用数据同化技术也可以为 DNS 或 LES 数值模拟提供进口边界条件,从而显著缩小模拟区域,简化几何模型。Gronskis 等^[65]对圆柱绕流做

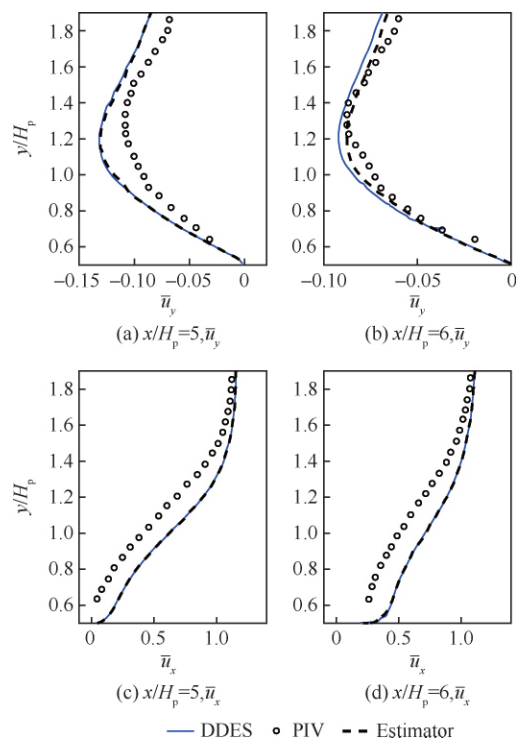


图 13 平板绕流数据驱动模拟中不同下游位置的时均流向速度 \bar{u}_x 和横向往速度 \bar{u}_y 分布^[68]
Fig. 13 Time-averaged distributions of streamwise velocity \bar{u}_x and vertical velocity \bar{u}_y at different downstream locations in data-driving simulation of flow over bluff plate^[68]

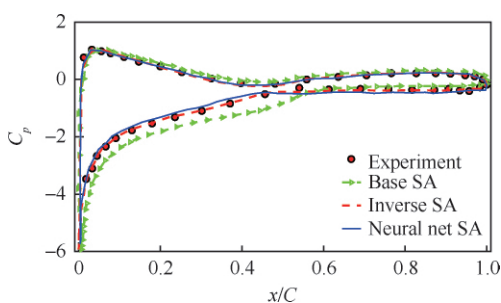


图 14 翼型表面压力系数 C_p 的数据同化反演与机器学习预测^[54]

Fig. 14 Data-assimilation inversing and machine-learning simulation of pressure coefficient distribution C_p on a aerofoil^[54]

了 DNS 模拟,其计算域为不包含圆柱在内的尾迹区域,同时使用 4DVar 技术,结合 PIV 测量结果,对 DNS 的入口速度分布进行数据同化。从其结果看出,在获取进口速度条件之后, DNS 对下游尾迹区域流场的模拟与 PIV 测量结果非常吻合,同时相比 PIV 结果具有更高的分辨率和更低的噪声水平。

4.3 基于大数据的流场预测

随着数据同化技术的发展,流场数据的精度和广度不断增加,而历史数据库的积累,为湍流的智能化铺平了道路。未来的世界是大数据的世界,数字孪生^[90]也成为了湍流研究的发展方向,而更高效更准确地使用这些数据来预测未来的状态,是这项研究中的关键问题。Renganathan 等^[91]尝试了面向数字孪生范式的空气动力学数据融合,基于贝叶斯推断,结合数值模拟数据库和实测数据,重建机身表面高分辨率压力分布。其重建方案如图 15 所示,具体的变量定义和算法策略见参考文献^[91],这里不做详细展开。类似的研究还包括众多基于机器学习的流场预测^[92-94],而这些仅仅是迈出了大数据时代的一小步。纯数据驱动的人工智能使湍流丧失了物理本质,而物理信息的机器学习和数据同化技术在这一点上本质相同。

5 结 语

本文综述了现阶段湍流的主要数据同化技术及应用。数据同化作为实验测量和数值计算的耦

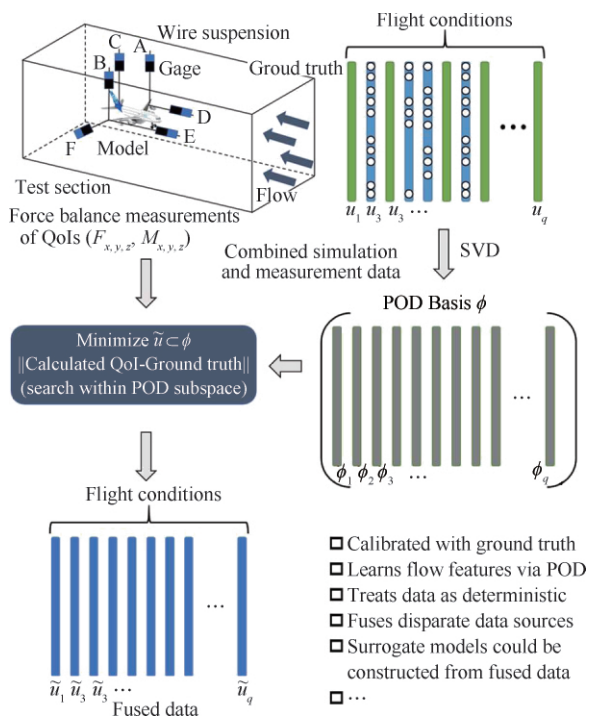


图 15 基于传感器数据和贝叶斯推断的飞行器气动力学预测^[91]

Fig. 15 Aerodynamics prediction of aircrafts based on probe data and Bayesian inference^[91]

合方法,弥补了单纯实验测量和数值计算中的缺点和不足,提高了实验测量的精度和广度,改善了数值模拟的预测性能。

稳态数据同化一般结合 RANS 模型方程,从重新标定模型常数、修正涡黏模型方程形式误差、修正雷诺应力项等方面着手。基于 EnKF 的模型常数标定方法是一种显著提升模型预测精度的方便高效的稳态数据同化方法,而其方程的形式决定了其有限的适用性。基于伴随的数据同化能够对模型方程的形式进行修正,确定最优的修正系数空间分布,但是其仍处于涡黏假设的框架之内,对于某些复杂流场并不适用。而对雷诺应力项进行修正的数据同化适用性更广,理论上没有特定流场的局限。

非稳态的数据同化一般包括 4DVar 等时间连续的数据同化方式以及顺序数据同化。4DVar 通过时间正向和逆向积分迭代,在整个时间段内对预测模型进行修正,但其缺点是存储量和计算量都非常大。顺序数据同化不需要时间逆向积分,可以在若干时刻对实验观测进行间断性地植

入,不断地修正模型运行轨迹,其计算量和存储量与常规数值模拟相似。

数据同化在促进湍流研究发展方面具有非常重要的意义,成为融合实验测量和数值计算的重要手段,开拓了物性约束的辅助测量及数据驱动的数值模拟两条研究道路。随着机器学习、人工智能的飞速发展,湍流研究也向智能化迈进。基于物理信息的机器学习虽然现阶段还主要应用于层流预测,但是鉴于其基本的数学原理,也将在湍流领域获得广泛的应用前景。

参 考 文 献

- [1] ELSINGA G E, SCARANO F, WIENEKE B, et al. Tomographic particle image velocimetry[J]. *Experiments in Fluids*, 2006, 41(6): 933-947.
- [2] RAFFEL M, WILLERT C E, WERELEY S T, et al. Particle image velocimetry: A practical guide[M]. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2007.
- [3] FREYMUTH P. Frequency response and electronic testing for constant-temperature hot-wire anemometers[J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1977, 10(7): 705.
- [4] PIOMELLI U. Large-eddy simulation: Achievements and challenges[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 1999, 35(4): 335-362.
- [5] SPALART P R. Detached-eddy simulation[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2009, 41: 181-202.
- [6] HE C, LIU Y, YAVUZKURT S. A dynamic delayed detached-eddy simulation model for turbulent flows [J]. *Computers & Fluids*, 2017, 146: 174-189.
- [7] EVENSEN G. Data assimilation[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2009.
- [8] NAVON I M. Data assimilation for numerical weather prediction: A review[M]//*Data Assimilation for Atmospheric, Oceanic and Hydrologic Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 21-65.
- [9] EDWARDS C A, MOORE A M, HOTEIT I, et al. Regional ocean data assimilation[J]. *Annual Review of Marine Science*, 2015, 7(1): 21-42.
- [10] 王文, 寇小华. 水文数据同化方法及遥感数据在水文数据同化中的应用进展[J]. *河海大学学报(自然科学版)*, 2009, 37(5): 556-562.
WANG W, KOU X H. Methods for hydrological data assimilation and advances of assimilating remotely sensed data into rainfall-runoff models[J]. *Journal of Hohai University(Natural Sciences)*, 2009, 37(5): 556-562(in Chinese).
- [11] 秦耀军, 周晓勇, 杨亚宾, 等. 基于数据同化技术的地质参数反演分析研究[J]. *水科学与工程学报*, 2017(6): 78-82.
QIN Y J, ZHOU X Y, YANG Y B, et al. Back analysis of geological parameters based on data assimilation[J]. *Water Sciences and Engineering Technology*, 2017(6): 78-82(in Chinese).
- [12] YAMAGUCHI J, YOSHIDA K, KANEDA Y. Suppression of error growth in turbulence by data assimilation in isotropic turbulence[C]//*American Physical Society, Division of Fluid Dynamics 56th Annual Meeting*, 2003.
- [13] KATO H, OBAYASHI S. Statistical approach for determining parameters of a turbulence model[C]//*15th International Conference on Information Fusion*, 2012.
- [14] TR'EMOLET Y. Accounting for an imperfect model in 4D-Var[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 2006, 132: 2483-2504.
- [15] LAKSHMIVARAHAN S, STENSRUD D. Ensemble Kalman filter[J]. *IEEE Control Systems*, 2009, 29(3): 34-46.
- [16] HE C, LIU Y, GAN L. A data assimilation model for turbulent flows using continuous adjoint formulation[J]. *Physics of Fluids*, 2018, 30(10): 105108.
- [17] WANG J X, WU J L, XIAO H. Physics-informed machine learning for predictive turbulence modeling: Using data to improve RANS modeled Reynolds stresses [J]. *Physical Review Fluids*, 2016, 2(3): 1-22.
- [18] SINGH A P, MEDIDA S, DURAISAMY K. Machine-learning-augmented predictive modeling of turbulent separated flows over airfoils[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(7): 2215-2227.
- [19] PARISH E J, DURAISAMY K. A paradigm for data-driven predictive modeling using field inversion and machine learning [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 305: 758-774.
- [20] 马艺敏, 陈铭, 王强, 等. 应用 PIV 测量缩比共轴双旋翼流场特性的研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2015, 47(2): 220-227.
MA Y M, CHEN M, WANG Q, et al. PIV measurements of model-scale coaxial rotors flow features [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2015, 47(2): 220-227(in Chinese).
- [21] 张俊, 陈柳君, 胥頔, 等. 航空涡轮发动机燃烧室内流场的 PIV 测量 [J]. *航空动力学报*, 2017, 32(6): 1289-1295.
ZHANG J, CHEN L J, XU D, et al. PIV measurement for inner flowfield in aero turbine engine combustor [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2017, 32(6): 1289-1295 (in Chinese).
- [22] GULYÁS A, BODOR Á, REGERT T, et al. PIV measurement of the flow past a generic car body with wheels at

- LES applicable Reynolds number[J]. *International Journal of Heat & Fluid Flow*, 2013, 43: 220-232.
- [23] WIENEKE B. Stereo-PIV using self-calibration on particle images[J]. *Experiments in Fluids*, 2005, 39(2): 267-280.
- [24] WORTH N A, NICKELS T B. Acceleration of Tomo-PIV by estimating the initial volume intensity distribution[J]. *Experiments in Fluids*, 2008, 45(5): 847-856.
- [25] DE SILVA C M, BAIDYA R, MARUSIC I. Enhancing Tomo-PIV reconstruction quality by reducing ghost particles[J]. *Measurement Science & Technology*, 2013, 24(2): 024010.
- [26] HE C, LIU Y, PENG D, et al. Measurement of flow structures and heat transfer behind a wall-proximity square rib using TSP, PIV and split-fiber film[J]. *Experiments in Fluids*, 2016, 57(11): 165.
- [27] 韩振兴. 热敏液晶测温技术及其在平板气膜冷却实验中的应用[D]. 北京: 中国科学院工程热物理研究所, 2005.
- HAN Z X. Liquid crystal thermography and its application in film cooling on flat plate[D]. Beijing: Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, 2005 (in Chinese).
- [28] HE C, LIU Y. Proper orthogonal decomposition of time-resolved LIF visualization: Scalar mixing in a round jet[J]. *Journal of Visualization*, 2017, 20: 789-815.
- [29] HSU P S, HALLS B R, ROY S, et al. Three-dimensional temperature measurements in turbulent reacting flows[C] // *Laser Applications to Chemical, Security & Environmental Analysis*, 2018.
- [30] PENG D, JENSEN C D, JULIANO T J, et al. Temperature-compensated fast pressure-sensitive paint[J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(10): 2420-2431.
- [31] VAN OUDHEUSDEN B. PIV-based pressure measurement[J]. *Measurement Science and Technology*, 2013, 24(3): 032001.
- [32] HE C, LIU Y, GAN L. Instantaneous pressure determination from unsteady velocity fields using adjoint-based sequential data assimilation[J]. *Physics of Fluids*, 2020, 32(3): 035101.
- [33] 付在国, 赵飞宇, 张莉, 等. PIV与PLIF同步测量方法在湍流扩散研究中的应用[J]. *上海电力大学学报*, 2019, 35(1): 90-95.
- FU Z G, ZHAO F Y, ZHANG L, et al. Application of simultaneous PIV and PLIF measurements in turbulent diffusion study[J]. *Journal of Shanghai University of Electric Power*, 2019, 35(1): 90-95(in Chinese).
- [34] SARATHI P, GURKA R, KOPP G A, et al. A calibration scheme for quantitative concentration measurements using simultaneous PIV and PLIF[J]. *Experiments in Fluids*, 2012, 52(1): 247-259.
- [35] PENG D, LIU Y. A grid-pattern PSP/TSP system for simultaneous pressure and temperature measurements[J]. *Sensors & Actuators B Chemical*, 2016, 222: 141-150.
- [36] DURAISAMY K, IACCARINO G, XIAO H. Turbulence modeling in the age of data[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2018, 51: 357-377.
- [37] XIAO H, CINNELLA P. Quantification of model uncertainty in RANS simulations: A review[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, 108: 1-31.
- [38] 张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流大涡数值模拟的理论和应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- ZHANG Z S, CUI G X, XU C X. Theory and application of turbulence large eddy simulation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008 (in Chinese).
- [39] ASHTON N, REVELL Z, PROSSER R, et al. Development of an alternative delayed detached-eddy simulation formulation based on elliptic relaxation[J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(2): 513-519.
- [40] XIAO Z, LIU J, ZUO K, et al. Numerical investigations of massively separated flows past rudimentary landing gear using SST-DDES; AIAA-2012-0385[R]. Reston: AIAA, 2012.
- [41] ISHIHARA T, QI Y. Numerical study of turbulent flow fields over steep terrain by using modified delayed detached-eddy simulations[J]. *Boundary-Layer Meteorology*, 2019, 170(1): 45-68.
- [42] SILVA C M D, PHILIP J, MARUSIC I. Minimization of divergence error in volumetric velocity measurements and implications for turbulence statistics[J]. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(7): 1-17.
- [43] LI Z, ZHANG H, BAILEY S C C, et al. A data-driven adaptive Reynolds-averaged Navier-Stokes $k\omega$ model for turbulent flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 345: 111-131.
- [44] WU J L, WANG J X, XIAO H. A Bayesian calibration-prediction method for reducing model-form uncertainties with application in RANS simulations[J]. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2016, 97(3): 761-786.
- [45] 邓志文, 何创新, 付豪, 等. 基于卡尔曼滤波数据同化和PIV测量的射流场重构[C] // 第十届全国流体力学学术会议论文摘要集, 2018.
- DENG Z W, HE C X, FU H, et al. Reconstruction of jet flow based on EnKF data assimilation and PIV measurements[C] // Abstracts of the 10th National Conference on Fluid Mechanics, 2018 (in Chinese).
- [46] ZHANG X, GOMEZ T, COUTIER-DELGOSHA O. Bayesian optimisation of RANS simulation with ensemble-based variational method in convergent-divergent channel[J]. *Journal of Turbulence*, 2019, 20(5): 1-26.

- [47] DENG Z, HE C, WEN X, et al. Recovering turbulent flow field from local quantity measurement: Turbulence modeling using ensemble-Kalman-filter-based data assimilation [J]. *Journal of Visualization* 2018, 21 (6): 1043-1063.
- [48] MARGHERI L. Quantification of epistemic uncertainties and parameter calibration in RANS turbulence models [D]. Pisa: University of Pisa, 2012.
- [49] EMORY M, LARSSON J, IACCARINO G. Modeling of structural uncertainties in Reynolds-averaged Navier-Stokes closures [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25 (11): 110822.
- [50] CHEUNG S H, OLIVER T, PRUDENCIO E E, et al. Bayesian uncertainty analysis with applications to turbulence modeling [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2011, 96(9): 1137-1149.
- [51] OLIVER T A, MOSER R D. Bayesian uncertainty quantification applied to RANS turbulence models[J]. *Journal of Physics Conference*, 2011, 318(4): 042032.
- [52] SINGH A P, DURAISAMY K. Using field inversion to quantify functional errors in turbulence closures[J]. *Physics of Fluids*, 2016, 28(4): 045110.
- [53] SPALART P R, ALLMARAS S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows; AIAA-1992-0439 [R]. Reston: AIAA, 1992.
- [54] SINGH A P, SHIVAJI M, DURAISAMY K. Machine-learning-augmented predictive modeling of turbulent separated flows over airfoils[J]. *AIAA Journal*, 2017, 55(7): 2215-2227.
- [55] PAPOUTSIS-KIACHAGIAS E M, GIANNAKOGLU K C. Continuous adjoint methods for turbulent flows, applied to shape and topology optimization; Industrial applications[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2016, 23(2): 255-299.
- [56] FOURES D P G, DOVETTA N, SIPP D, et al. A data-assimilation method for Reynolds-averaged Navier-Stokes-driven mean flow reconstruction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 759: 404-431.
- [57] SYMON S, SIPP D, SCHMID P J, et al. Mean and unsteady flow reconstruction using data-assimilation and resolvent analysis [J]. *AIAA Journal*, 2020, 58 (2): 575-588.
- [58] SYMON S, DOVETTA N, MCKEON B J, et al. Data assimilation of mean velocity from 2D PIV measurements of flow over an idealized airfoil[J]. *Experiments in Fluids*, 2017, 58(5): 61.
- [59] CHANDRAMOULI P, MEMIN E, HEITZ D. 4D large scale variational data assimilation of a turbulent flow with a dynamics error model[J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 412: 109446.
- [60] 刘蕴. 基于变分数据同化的核事故源项反演模型研究 [D]. 北京: 清华大学, 2017.
- LIU Y. Research on source inversion for nuclear accidents based on variational data assimilation[D]. Beijing: Tsinghua University, 2017.
- [61] 谢衍新. 基于卫星观测的临近空间大气变分数据同化研究[D]. 北京: 中国科学院国家空间科学中心, 2017.
- XIE Y X. Researches on near space atmosphere variational data assimilation technology based on satellite data[D]. Beijing: National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, 2017.
- [62] 赵海贝, 王斌, 戴永久. 基于历史样本投影的四维变分陆面数据同化方法及其初步应用[J]. *气候与环境研究*, 2009, 14(4): 383-389.
- ZHAO H B, WANG B, DAI Y J. Historical-sample-projection four-dimensional variational land surface data assimilation and its preliminary application[J]. *Climatic and Environmental Research*, 2009, 14(4): 383-389 (in Chinese).
- [63] 杨向阳, 舒红, 吴凯, 等. 遥感数据同化中亮温数据质量控制分析[J]. *城市勘测*, 2018(5): 54-58, 66.
- YANG X Y, SHU H, WU K, et al. Data quality control of brightness temperature in remote sensing data assimilation[J]. *Urban Geotechnical Investigation & Surveying*, 2018(5): 54-58, 66 (in Chinese).
- [64] MONS V, CHASSAING J C, GOMEZ T, et al. Reconstruction of unsteady viscous flows using data assimilation schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 316: 255-280.
- [65] GRONSKIS A, HEITZ D, MÉMIN E. Inflow and initial conditions for direct numerical simulation based on adjoint data assimilation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 242: 480-497.
- [66] LEMKE M, SESTERHENN J R. Adjoint-based pressure determination from PIV data in compressible flows—Validation and assessment based on synthetic data[J]. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2016, 58: 29-38.
- [67] BAUWERAERTS P, MEYERS J. Towards an adjoint based 4D-Var state estimation for turbulent flow [J]. *Journal of Physics Conference Series*, 2018, 1037 (7): 072055.
- [68] MELDI M, POUX A. A reduced order model based on Kalman filtering for sequential data assimilation of turbulent flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 347: 207-234.
- [69] KATO H, YOSHIZAWA A, UENO G, et al. A data assimilation methodology for reconstructing turbulent flows around aircraft [J]. *Journal of Computational Physics*, 2015, 283: 559-581.
- [70] KATO H, OBAYASHI S. Approach for uncertainty of

- turbulence modeling based on data assimilation technique [J]. *Computers & Fluids*, 2013, 85: 2-7.
- [71] HACK M J P, ZAKI T A. Data-enabled prediction of streak breakdown in pressure-gradient boundary layers [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 801: 43-64.
- [72] MOGHADDAM A A, SADAGHIYANI A. A deep learning framework for turbulence modeling using data assimilation and feature extraction [DB/OL]. arXiv preprint; 1802.06106, 2018.
- [73] SEKAR V, JIANG Q, SHU C, et al. Fast flow field prediction over airfoils using deep learning approach [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(5): 057103.
- [74] LEE S, YOU D. Prediction of laminar vortex shedding over a cylinder using deep learning [DB/OL]. arXiv preprint; 1712.07854, 2017.
- [75] DENG Z, CHEN Y, LIU Y, et al. Time-resolved turbulent velocity field reconstruction using a long short-term memory (LSTM)-based artificial intelligence framework [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(7): 075108.
- [76] SRINIVASAN P A, GUASTONI L, AZIZPOUR H, et al. Predictions of turbulent shear flows using deep neural networks [J]. *Physical Review Fluids*, 2019, 4(5): 054603.
- [77] WU Z, LEE J, MENEVEAU C, et al. Application of a self-organizing map to identify the turbulent-boundary-layer interface in a transitional flow [J]. *Physical Review Fluids*, 2019, 4(2): 023902.
- [78] ZHANG W, ZHU L, LIU Y, et al. Machine learning methods for turbulence modeling in subsonic flows over airfoils [DB/OL]. arXiv preprint; 1806.05904, 2018.
- [79] MURATA T, FUKAMI K, FUKAGATA K. Nonlinear mode decomposition with convolutional neural networks for fluid dynamics [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, 882: A13.
- [80] FUKAMI K, FUKAGATA K, TAIRA K. Super-resolution reconstruction of turbulent flows with machine learning [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 870: 106-120.
- [81] DENG Z, HE C, LIU Y, et al. Super-resolution reconstruction of turbulent velocity fields using a generative adversarial network-based artificial intelligence framework [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(12): 125111.
- [82] XIE Y, FRANZ E, CHU M, et al. TempoGAN: A temporally coherent, volumetric GAN for super-resolution fluid flow [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2018, 37(4): 95.
- [83] RAISSI M, YAZDANI A, KARNIADAKIS G E. Hidden fluid mechanics: A Navier-Stokes informed deep learning framework for assimilating flow visualization data [EB/OL]. arXiv preprint; 1808.04327, 2018.
- [84] RAISSI M, WANG Z, TRIANTAFYLLOU M S, et al. Deep learning of vortex-induced vibrations [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 861: 119-137.
- [85] DOVETTA N, FOURES D P G, SIPP D, et al. Mean-flow reconstruction by data-assimilation techniques from PIV-measurements of flow over an idealized airfoil [C] // 65th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, 2012.
- [86] DOVETTA N, MCKEON B J, FOURES D P G, et al. Data-assimilation for mean flow and shear stress reconstruction in turbulent pipe flow [C] // 21ème Congrès Français de Mécanique, 2013.
- [87] HE C, LIU Y, GAN L, et al. Data assimilation and resolvent analysis of turbulent flow behind a wall-proximity rib [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(2): 025118.
- [88] CHARONKO J J, KING C V, SMITH B L, et al. Assessment of pressure field calculations from particle image velocimetry measurements [J]. *Measurement Science and Technology*, 2010, 21(10): 105401.
- [89] HE C, LIU Y. Time-resolved reconstruction of turbulent flows using linear stochastic estimation and sequential data assimilation [J]. *Physics of Fluids*, 2020, 32(10): 075106.
- [90] GLAESSGEN E, STARGEL D. The digital twin paradigm for future NASA and U. S. air force vehicles [C] // 53rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference: Special Session on the Digital Twin, 2012.
- [91] RENGANATHAN S A, HARADA K, MAVRIS D N. Aerodynamic data fusion towards the digital twin paradigm [DB/OL]. arXiv preprint; 1911.02924, 2019.
- [92] AFSHAR Y, BHATNAGAR S, PAN S, et al. Prediction of aerodynamic flow fields using convolutional neural networks [J]. *Computational Mechanics*, 2019, 64(2): 525-545.
- [93] LEE S, YOU D. Data-driven prediction of unsteady flow over a circular cylinder using deep learning [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 879: 217-254.
- [94] MIYANAWALA T P, JAIMAN R K. An efficient deep learning technique for the Navier-Stokes equations: Application to unsteady wake flow dynamics [DB/OL]. arXiv preprint; 1710.09099, 2017.

(责任编辑: 李明敏, 王娇)

Turbulent flow data assimilation and its applications

HE Chuangxin^{1, 2}, DENG Zhiwen^{1, 2}, LIU Yingzheng^{1, 2, *}

1. Key Laboratory of Ministry of Education for Power Machinery and Engineering, School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

2. Gas Turbine Research Institute, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

Abstract: Data Assimilation (DA) has been introduced into the turbulence dynamics community in recent years. Coupling experimental measurements and numerical simulation, it improves the accuracy and scope of measurements and reduces the uncertainty of simulations. Experimental observations, predictive models and assimilation algorithms are three essential factors in DA. Observations in turbulent flows usually involve hot wire anemometer, Particle Image Velocimetry (PIV), pressure sensors and other measurement techniques. The predictive model refers specifically to flow governing equations and turbulence closures. The assimilation algorithm ranges from Bayesian inference, Ensemble Kalman Filter (EnKF), to adjoint formulations. DA for steady-state flows has a combination of Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) turbulence models, aiming at model constant recalibration, equation form-error correction and Reynolds stress term reproduction, whilst the unsteady DA has two main categories, i. e., four-dimensional variational DA (4DVar) and sequential DA. Employing the forward and backward integration, 4DVar requires large storage space and high computational cost. Free from backward integration, sequential DA can intermittently couple with the observational data at selected instances in a forward direction. Additionally, fast development of machine learning and artificial intelligence pushes turbulence research towards the direction of intelligence. While the pure data-driven machine learning lacks physical constraints, the physical-informed machine learning is in consistent with DA in the essence of physics.

Keywords: turbulent flows; data assimilation; experimental measurement; numerical simulation; machine learning

Received: 2020-09-02; Revised: 2020-10-08; Accepted: 2019-10-21; Published online: 2021-04-25

URL: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20210410.html>

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (12002208, 11725209)

* Corresponding author. E-mail: yzliu@sjtu.edu.cn